

Diario delle lezioni di Algoritmi e Strutture Dati (modulo I), a.a. 2022/23.

1. (3/10/22). Introduzione al corso. Motivazioni e concetti fondamentali. Un primo esempio: il problema di trovare una moneta falsa (più pesante) fra n monete usando una bilancia a due piatti.
2. (6/10/22). Il problema del calcolo dell' n -esimo numero di Fibonacci. Un algoritmo numerico e un algoritmo ricorsivo. Analisi della complessità temporale dell'algoritmo ricorsivo. Un algoritmo iterativo di complessità temporale $O(n)$ e di complessità spaziale $O(n)$ (Fibonacci3). Portare la memoria a $O(1)$: Fibonacci4. Introduzione informale alla notazione asintotica. Algoritmo con complessità $O(\log n)$ per il calcolo dell' n -esimo numero di Fibonacci. Discussione della complessità spaziale degli algoritmi ricorsivi Fibonacci2 e Fibonacci6.
3. (10/10/22) Modello di calcolo RAM. Costi uniformi e logaritmici. Complessità caso peggiore e caso medio. Notazioni asintotiche: O -grande, Ω -grande, Θ . O -piccolo, Ω -piccolo. Definizioni e semplici esempi. Proprietà. Usare la notazione asintotica nelle analisi della complessità computazionale degli algoritmi.
4. (13/10/22) Analisi della complessità nel caso medio: un esempio. Il problema della ricerca di un elemento in un insieme: ricerca sequenziale e ricerca binaria. Equazioni di ricorrenza. Metodo dell'iterazione. Metodo che usa l'albero della ricorsione.
5. (17/10/22) Ancora sulle equazioni di ricorrenza. Metodo della sostituzione. Teorema Fondamentale delle Ricorrenze (Master). Semplici esempi. Quando non si può applicare. Metodo del cambiamento di variabile.
6. (20/10/22). Il Problema dell'ordinamento. Un algoritmo semplice ma inefficiente: il Selection Sort. Un algoritmo migliore: il MergeSort. Un altro algoritmo che usa la tecnica divide et impera: il QuickSort: analisi del caso peggiore, migliore, e intuizioni sul caso medio. Discussione versione randomizzata del QuickSort e differenza fra complessità nel caso medio e tempo atteso di un algoritmo randomizzato.
7. (24/10/22). Progettare algoritmi efficienti attraverso la progettazione di strutture dati efficienti. Un esempio: l'HeapSort - che ordina in loco n elementi in tempo $O(n \log n)$ nel caso peggiore.
8. (03/11/22). Delimitazioni superiori e inferiori di algoritmi e problemi. Un lower bound alla complessità temporale necessaria per ordinare n elementi (per una classe di algoritmi ragionevoli, quelli basati su confronti). Un algoritmo veloce per ordinare interi "piccoli": IntegerSort.
9. (07/11/22). Ancora algoritmi di ordinamento non basati su confronti. Una variante dell'IntegerSort per ordinare n record con chiavi intere: BucketSort. Un

algoritmo veloce per ordinare interi “grandi”: il RadixSort. Discussione del seguente esercizio: dato un array di n interi compresi fra 1 e k , costruire in tempo $O(n+k)$ un *oracolo* (struttura dati) che sia in grado di rispondere in tempo costante a domande del tipo "quanti interi nell'array sono compresi fra a e b ?" (Esercizio e soluzioni a fine delle slide sull'IntegerSort).

10. (10/11/22). Esercitazione 1. Esercizio: dimostrare o confutare una relazione asintotica. Esercizio di progettazione di un algoritmo che, dato un vettore ordinato A di n interi distinti e un valore x , trova (se esistono) due elementi di A che sommano a x . Soluzione banale con complessità quadratica, soluzione di complessità $O(n \log n)$ e soluzione con tempo $O(n)$.
11. (14/11/22). Esercitazione 2. Primo esercizio: dato un array di n numeri *unimodale*, progettare un algoritmo con complessità $O(n)$ che trova il massimo e uno con complessità $O(n \log n)$ che lo ordina. Secondo esercizio: dato un vettore A di n numeri, progettare un algoritmo che in tempo $O(n)$ trova due indici i e j con $i < j$ che massimizzano $A[j] - A[i]$.
12. (17/11/22). Strutture dati elementari: rappresentazioni indicizzate e rappresentazioni collegate. Implementazione di un dizionario con array ordinato/non ordinato e lista ordinata/non ordinata. Rappresentazioni di alberi. Algoritmi di visita di un albero: profondità versione iterativa, profondità versione ricorsiva (preordine, postordine, ordine simmetrico), ampiezza. Algoritmo per calcolare l'altezza di un albero.
13. (21/11/22). Esercitazione 3. Esercitazione sulle visite di alberi. Progettazione di un algoritmo che, preso un albero con valori e colori (rosso e nero), trova il valore del cammino rosso di tipo nodo-radice di valore massimo. Altro esercizio: progettare un algoritmo che, preso un albero e in intero h , restituisce il numero di nodi dell'albero di profondità almeno h . Altro esercizio: preso un albero binario con valori, calcola il numero di nodi per cui la somma dei valori degli antenati è uguale alla somma dei valori dei discendenti.
14. (24/11/22). Il problema del Dizionario. Alberi binari di ricerca. Definizione. Visita in ordine simmetrico di un BST. Ricerca, inserimento, cancellazione (ricerca del massimo, del minimo, del predecessore e del successore di un nodo).
15. (28/11/22). Il problema del Dizionario: secondo episodio. Alberi AVL: definizione ed esempi. Dimostrazione della delimitazione superiore dell'altezza di un albero AVL (che usa la nozione di albero di Fibonacci). Operazioni sugli alberi AVL: search, insert, delete.
16. (01/12/22). Esercitazione 4. Progettare un algoritmo che, dato un vettore ordinato $A[1:n]$ di n bit, trova il numero k di zero presenti in A . Algoritmo con complessità $O(\log n)$. Un miglior algoritmo con tempo $O(\log k)$. Progettare un algoritmo con complessità lineare che, dato un vettore $A[1:n]$ di n bit, trova l'indice k tale che il numero di zeri in $A[1:k]$ è uguale al numero di uni in $A[k+1:n]$.

17. (05/12/22). Il problema della Coda con priorità. d-Heap, Heap Binomiali, (cenni sugli) Heap di Fibonacci e complessità ammortizzata.
18. (11/12/22). I Grafi (diretti, non diretti, pesati). Nozioni preliminari. Cammini, distanze, diametro. Alberi. Grafi Euleriani. I grafi come linguaggio potente per descrivere scenari e problemi. Esempi di scenari/problematiche descrivibili come grafi/problemi su grafi (reti stradali/di trasporto, reti sociali, reti “delle dipendenze”).
19. (15/12/22). Strutture dati per rappresentare un grafo. Matrice di adiacenza e Liste di adiacenza. Visite di un grafo. Visita in ampiezza (BFS): cammini minimi da una sorgente. Visita in profondità (DFS): uscire da un labirinto.
20. (19/12/22). Usi meno scontati della visita DFS. Catalogare per tipo gli archi del grafo. Individuare un ciclo in grafi diretti. Grafi diretti aciclici (DAG) e ordinamento topologico. Usare la visita DFS per trovare un ordinamento topologico di un DAG. Componenti fortemente connesse: un algoritmo lineare per calcolarle.
21. (22/12/22). Cammini minimi in grafi pesati. Il problema del calcolo dei cammini minimi a singola sorgente. Un algoritmo veloce quando il grafo ha pesi non negativi: l'algoritmo di Dijkstra.
22. (09/01/23). Esercitazione 5. Esercizi di progettazione di algoritmi su grafi.
23. (12/01/23). Esercitazione 6. Esercizi di progettazione di algoritmi su grafi.
24. (16/01/23). Correzione Problem Set 1.